SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS

PRIMERA SEMANA.

1. Indica si con los siguientes elementos se puede formar un triángulo:

a) 25cm, 36cm, 47cm.

Si tenemos 3 segmentos de cualquier longitud, no siempre se puede construir un triángulo con ellos. Para que puedan construir un triángulo se debe cumplir: "la suma de dos de sus lados siempre es mayor que el tercer lado"

Sumamos los 2 lados menores:

$25 + 36 = 61$ cm

El resultado es un valor mayor que el valor del tercer lado 47cm.

$\boxed{61cm > 47cm}$

SI PUEDEN FORMAR UN TRIÁNGULO.

b) 14cm, 11cm, 58cm.

Sumamos los 2 lados menores

$14 + 11 = 25$ cm

Como $25 < 58$ → en este caso NO PUEDEN FORMAR UN TRIÁNGULO

2. Calcula el valor del tercer ángulo de estos triángulos.

a) 20°, 32° y ___

En cualquier triángulo se cumple que la suma de todos los ángulos del triángulo es siempre 180°.

Por lo tanto:

1° Sumamos los ángulos que tenemos:

$20 + 32 = 52°$

2° Restamos el valor obtenido a 180°.

$180° - 52° = 128°$

El valor del tercer ángulo ~~es~~ $\boxed{128°}$

b) 46°, 17° y ___

1° Sumamos: $46° + 17° = 63°$

2° Se lo restamos a 180°

$180° - 63 = 117°$

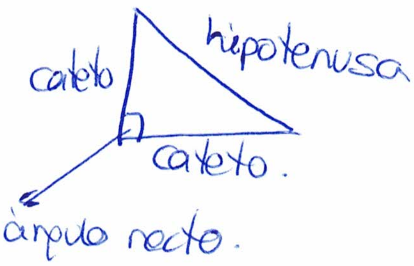
El valor del tercé ángulo es $\boxed{117°}$

3. Calcula el valor de la hipotenusa en los siguientes triángulos rectángulos:

a) $b = 12cm$ $\quad c = 16cm$.

Al ser un triángulo rectángulo se cumple que:
"La hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos" T. PITÁGORAS

$$a^2 = b^2 + c^2.$$



$$a^2 = 12^2 + 16^2 \Rightarrow$$
$$a^2 = 400.$$
$$a = \sqrt{400}$$
$$\boxed{a = 20 \text{ cm}}$$

b) $c = 20cm$ $\quad b = 22cm$

$$a^2 = 20^2 + 22^2$$
$$a^2 = 884.$$
$$a = \sqrt{884}$$
$$\boxed{a = 29'73 \text{ cm}}$$

4. ¿A cuántos metros de la pared tenemos que colocar una escalera de 6m para alcanzar un tejado situado a 5m?

Nos piden que calculemos el valor de un cateto de ese triángulo rectángulo.
Si sustituimos en el T. Pitágoras.

$$6^2 = 5^2 + x^2$$

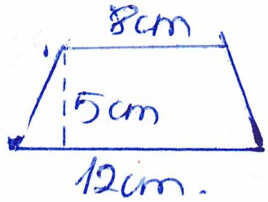
Despejamos

$$6^2 - 5^2 = x^2 \Rightarrow x^2 = 11 \Rightarrow x = \sqrt{11} \Rightarrow \boxed{x = 3'3m}$$

• Debemos colocarla a una distancia de 3'3m

5. Calcula el área de los siguientes polígonos:

a) Trapecio de bases 12cm y 8cm y altura 5cm



$$A = \frac{B+b}{2} \cdot h.$$

$$\boxed{A = \frac{12+8}{2} \cdot 5 = 50\ cm^2}$$

b) Rombo de diagonales 12m y 9m.

$$\boxed{A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{12 \cdot 9}{2} = 54\ cm^2}$$

c) Pentágono de radio 6cm y lado 4cm.

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

P = perímetro
a = apotema.

• calculamos el apotema por el T. Pitágoras.

Tendríamos que calcular el valor de un cateto del triángulo.

hipotenusa → 6^2; cateto → 4^2

$$6^2 = 4^2 + x^2$$

$$6^2 - 4^2 = x^2$$

$$x^2 = 20 \Rightarrow x = \sqrt{20} \qquad \boxed{x = 4'4cm}$$

• ~~el~~ apotema es 4'4cm. Ahora calculamos el valor del área:

perímetro. = suma de todos sus lados

$$P = 5 \cdot 4 = 20cm.$$

$$\boxed{A = \frac{20 \cdot 4'4}{2} = 44\ cm^2}$$

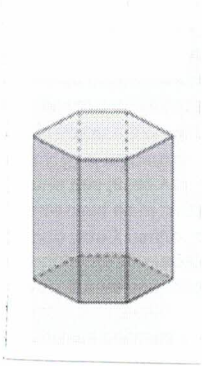
d) círculo de 6 cm de diámetro.

$$A = \pi \cdot r^2$$

r = radio. Como nos dan el diámetro, el radio se calcula dividiendo el diámetro entre 2:

$r = 6 : 2 = 3cm$ $\boxed{A = \pi \cdot 3^2 = 28'27 cm^2}$

6. Calcula el área total de un prisma de base hexagonal, de 5cm de lado de la base y 10cm de altura. Halla también su volumen.



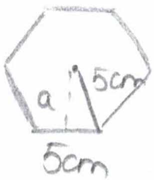
$$A_{Total} = A_{Lateral} + 2 \cdot A_{base}$$

1º Calculamos el A base.

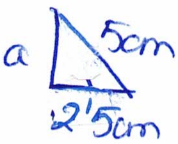
Como es un hexágono $A_b = \frac{P \cdot a}{2}$

P = perímetro a = apotema

$P = 5 \cdot 6 = \underline{\underline{30 cm}}$



Para calcular el apotema, tenemos que volver a aplicar el T. Pitágoras.



$$\rightarrow 5^2 = 2'5^2 + a^2$$

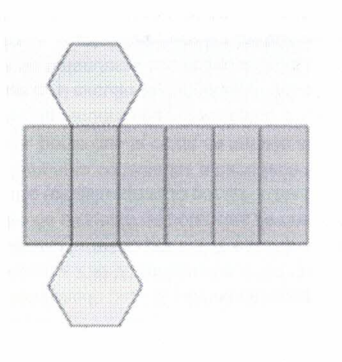
$$5^2 - 2'5^2 = a^2$$

$$a^2 = 18'75 \quad a = \underline{\underline{4'33 cm}}$$

Ahora calculo el Área de la base:

$$\underline{\underline{A_b}} = \frac{30 \cdot 4'33}{2} = \underline{\underline{64'95 \, cm^2}}$$

2º Calculamos el Área lateral. Para ello hacemos el desarrollo plano del prisma.



El A_L si nos fijamos está formado por rectángulos, en este caso concreto por 6 rectángulos.

Por lo tanto, para calcular el A_L solo tengo que saber el área del rectángulo y multiplicarla por el número de rectángulos que tengo.

$$A_L = A_{rectángulo} \cdot 6$$

$$\underline{\underline{A_L}} = b \cdot h \cdot 6 = 5 \cdot 10 \cdot 6 = \underline{\underline{300 \, cm^2}}$$

3º) Calculamos el área total, teniendo en cuenta que un prisma tiene 2 bases.

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_b.$$

$$\boxed{A_T = 300 + 2 \cdot 64'95 = 429'9\ cm^2}$$

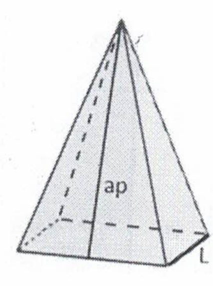
Ahora vamos a calcular el VOLUMEN.

$V_{prisma} = A_{base} \cdot h$ $\qquad h =$ altura.

$$\boxed{V_p = 64'95 \cdot 10 = 649'5\ cm^3}$$

SEGUNDA SEMANA

7. Dada la pirámide de base cuadrangular de 8cm de lado y 10cm de altura. Calcula:
a) Área de la base
b) Área lateral.
c) Área de toda la pirámide
d) volumen.



a) Área de la base.

La base es un cuadrado por lo tanto:

$A_{base} = A_{cuadrado} = \ell^2$ $\qquad \ell =$ lado.

$$A_b = 8^2 = 64\ cm^2$$

b) Área lateral.

Para calcular el A_L, lo primero que debemos es dibujar la pirámide desarrollada.

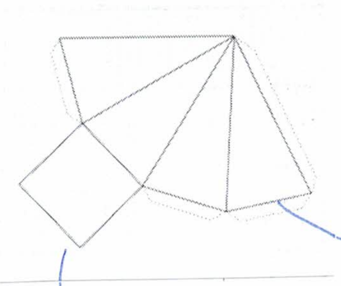
7.

b) Como se ve, la caras laterales son triángulos. Por lo tanto, como tengo (en este caso) 4 triángulos para calcular el A_L, debería multiplicar el área del triángulo por 4.

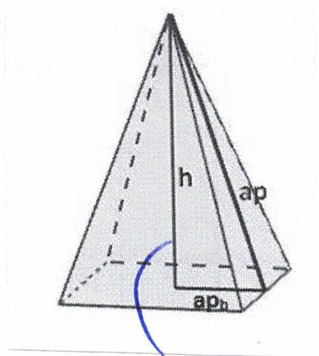
$$A_L = A_{triangulo} \cdot 4.$$

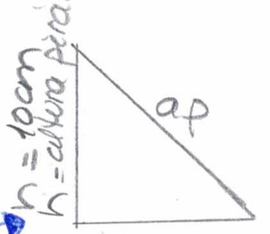
$$A_{triángulo} = \frac{b \cdot h}{2}$$

h → altura de la cara lateral (no de la pirámide) a la que llamamos "ap"



Tenemos la base del triángulo, pero nos falta su altura (ap). Para calcularla volvemos a aplicar T. Pitágoras.





Si llamamos $ap = x$

$$x^2 = 4^2 + 10^2$$

$$x^2 = 116$$

$$x = \sqrt{116} = 10'77 \text{ cm}.$$

$$A_{triángulo} = \frac{8 \cdot 10'77}{2} = 43'08 \text{ cm}^2$$

$$\boxed{A_L = 43'08 \cdot 4 = 172'32 \text{ cm}^2}$$

c) Area total:

$$A_{total} = A_{lateral} + A_{base}.$$

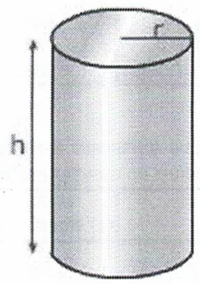
$$\boxed{A_{total} = 172'32 + 64 = 236'32 \text{ cm}^2}$$

d) Volumen: al ser un cuerpo geométrico que acaba en punta el volumen será igual que el del prisma pero dividido entre 3.

$$V_{pirámide} = Ab \cdot h = \frac{64 \cdot 10}{} = 213'33 \text{ cm}^3$$

8. Calcula el área total y el volumen de un cilindro de 36cm de altura y 6 cm de radio

Para calcular el área total, aplicamos la fórmula



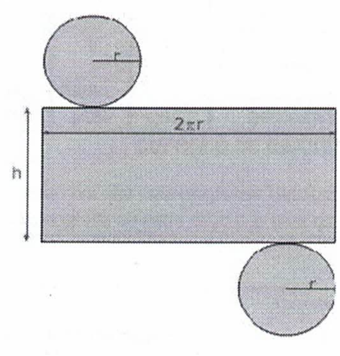
$$A_{total} = A_{lateral} + 2 \cdot A_{base}.$$

1º Calculamos el área de la base. Como es un círculo.

$$A_b = A_{círculo} = \pi \cdot r^2$$

$$A_b = \pi \cdot 6^2 = 113'09 \text{ cm}^2$$

2º Calculamos el área lateral, para ello primero desarrollamos el cilindro.



El área lateral, es el área de un rectángulo cuya base es igual $2\pi r$; ($b = 2\pi r$)

$$A_{lateral} = A_{rectángulo} = b \cdot h.$$

$$A_{lateral} = 2\pi r \cdot h.$$

$$A_{lateral} = 2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 36 = 1357'16 \text{ cm}^2$$

3º Área total será: (recordemos que tiene 2 bases)

$$A_{total} = A_l + 2 \cdot A_b$$

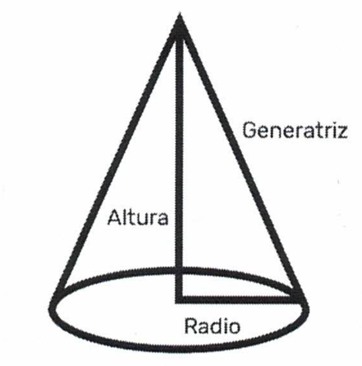
$$\boxed{A_{total} = 1357'16 + 2 \cdot 113'09 = 1583'34 \text{ cm}^2}$$

8. Para calcular el volumen de un cilindro, la fórmula es la misma que para el volumen del prisma:

$$V_{cilindro} = Ab \cdot h.$$

$$\boxed{V_c = 113'09 \cdot 36 = 4071'24\, cm^3}$$

9. Calcula el área total y el volumen de un cono de 6cm de radio y 6cm de altura.



Para calcular el área total, tenemos en cuenta que:

$$A_t = A_{base} + A_{lateral}.$$

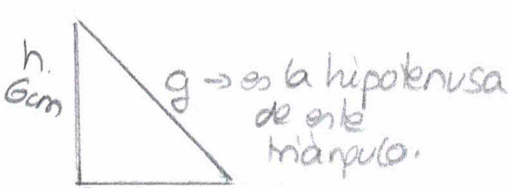
1° Calculamos el Abase, que como es un círculo, es el área del círculo.

$$\underline{A_{base}} = A_{círculo} = \pi r^2 = \pi \cdot 6^2 = \underline{113'09\, cm^2}$$

2° Calculamos el Alateral, según la fórmula:

$$A_{lateral} = \pi \cdot r \cdot g. \qquad g = \text{generatriz}.$$

Tenemos que calcular la generatriz, que no nos la dan, pero otra vez aplicamos. T. Pitágoras.



$$g^2 = 6^2 + 6^2 \Rightarrow g^2 = 72$$

$$g = \sqrt{72} \Rightarrow \underline{g = 8'4\, cm}$$

$$A_{lateral} = \pi \cdot 6 \cdot 8'4 = 158'33\, cm^2$$

(9.) Calculamos finalmente el A_{total}:

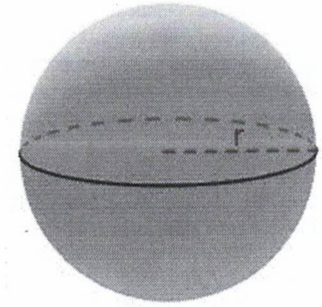
$$A_t = A_e + A_b.$$

$$\boxed{A_t = 158'33 + 113'09 = 271'42\ cm^2}$$

Nos falta por calcular el VOLUMEN, como es un cuerpo geométrico que acaba en punta (tiene vértice), su volumen será el mismo que el del cilindro pero dividido entre 3.

$$\boxed{V = \frac{A_{base} \cdot h}{3} = \frac{113'09 \cdot 6}{3} = 226'18\ cm^3}$$

(10.) Calcula el área y el volumen de una esfera de 2 cm de radio



Calculamos el área: $A = 4\pi \cdot r^2$

$$\boxed{A = 4 \cdot \pi \cdot 2^2 = 50'26\ cm^2}$$

Calculamos el volumen $A = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$

$$\boxed{V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 2^3 = 33'51\ cm^3}$$

3ª SEMANA.

11.